

1. Date su matrice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Izračunati one od izraza  $AB$ ,  $CA$ ,  $BB^T$ ,  $AC$ ,  $C^{-1}$  koji se mogu izračunati. Obazložiti zašto se ostali ne mogu izračunati.

2. Koristeći Gausovu eliminaciju, pokazati da se matrica

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 1 \\ 5 & 4 & 8 & 7 & -5 \end{bmatrix} \text{ može redukovati na oblik } \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -4 \end{bmatrix}$$

b) Na osnovu gornjeg, rešiti sistem jednačina

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 6x_4 &= 1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 7x_4 &= -5 \end{aligned}$$

i izračunati zbir  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

3. Naći maksimum funkcije cilja  $F = 2x + y$  uz ograničenja

$$\begin{aligned} x - y &\leq 5; \\ x + 2y &\leq 8; \\ x - y &\geq -1 \\ x \geq 0, y &\geq 0 \end{aligned}$$

4. Fabrika proizvodi dva modela automobila na I i II mašini. Za izradu prvog modela I mašina radi 2 sata a druga 4 sata po autu, dok je za izradu drugog modela potrebno da prva mašina radi I mašina radi 6 sata a druga 3 sata po autu. Ako je zarada 3000 evra po prvom modelu i 5000 evra po drugom modelu, odrediti kako da se organizuje proizvodnja tako da zarada bude što veća, imajući u vidu da se mašine mogu koristiti 24 časa dnevno.

6. Fabrika proizvodi dva modela mobilnih telefona na tri mašine. Za izradu prvog modela potreban je 1 minut rada na prvoj, dva na drugoj i jedan minut na trećoj mašini. Za izradu drugog modela potrebno je 2 minuta na prvoj, i po jedan minut na drugoj i trećoj mašini. Prva i druga mašina mogu da rade po mašina mogu da rade po 40 minuta u svakom satu, a treća samo 25 minuta. Kompanija ima zaradu od 30 evra od prvog modela mobilnog i 20 evra od drugog modela mobilnog. Odrediti optimalnu proizvodnju po satima.

7. Trgovinsko preduzeće je u 2012. Godini ostvarilo promet od 320 miliona dinara. Izračunati

koliko se prometa može ukupno ostvariti u periodu 2014-2018 god ako se predviđa godišnji porast prometa a) 100 mil. Dinara b) 20%.

8. Fabrika automobila je 2012. godine proizvela 6000 automobila. Za koliko godina ova fabrika može da proizvede 40000 automobila (računajući i proizvodnju iz 2012. godine ako je planiran godišnji porast proizvodnje od 1000 automobila.
9. Fabrika cipela je u 2012. Godini proizvela 120000 pari cipela. Za koliko godina ova fabrika može ukupno da proizvee 800000 pari cipela (uključujući i proizvodnju iz 2012) ako se planira godišnji porast proizvodnje od a) 20000 pari b) 15%
10. Jedna mašina vredi 120000 dinara. Koliku će vrednost imati za 8 godina ako je godišnja stopa otpisa 10% od vrednosti mašine u predhodnoj godini?
11. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije  $f(x) = 20 \cdot x \cdot e^{-\frac{x}{20}+4}$ .
10. Koja je najveća i najmanja vrednost koju funkcija  $f(x) = x^3 - 12x + 5$  dostiže na intervalu  $[-3,5]$ .
12. Od kartona oblika pravougaonika čije su dimenzije 30cm i 14 cm treba da se prave otvorone kutije najveće moguće zapremine. Odrediti dimenzije kutije.
13. Dnevna tražnja za nekim artiklom je data funkcijom tražnje  $Q(P) = -P^2 + 10P + 11$ . Pri kojoj ceni  $P$  će tražnja biti maksimalna?
14. Data je funkcija ukupnog prihoda  $TR(Q) = Q^2 - 2Q + 6$  i funkcija ukupnih troškova  $TC(Q) = 2Q^2 - 6Q + 1$ . Odrediti:
  - a) Funkciju dobiti i interval rentabilne proizvodnje
  - b) Proizvodnju pri kojoj se ostvaruje maksimalna dobit kao i samu dobit.
15. Neka je funkcija ukupnih prihoda  $TR(Q) = -Q^2 + 11Q + 8$ , a ukupnih troškova  $TC(Q) = \frac{1}{3}Q^3 - 6Q^2$ , gde je  $Q$  količina proizvoda. Pri kojoj količini proizvoda je dobit najveća?
16. Date su funkcije prosečnih troškova i prosečnih prihoda jednog modela mobilnog telefona  $AC(Q) = \frac{1}{3}Q^2 - 7Q + 20 + \frac{48}{Q}$ ,  $AR(Q) = -2Q + 4 + \frac{20}{Q}$ .  
Odrediti funkcije ukupnih troškova, ukupnih prihoda, marginalnih troškova i marginalnih prihoda? Za koju količinu proizvoda se ostvaruje optimalna proizvodnja?

17. Date su funkcije ukupnih troškova  $TC(Q) = 6Q^2 + 50$  i funkcije tražnje  $Q(P) = -\frac{P}{4} + 15$  jednog modela mobilnog telefona u zavisnosti od njegove cene  $P$ . Odrediti funkciju ukupnih prihoda  $TR(Q) = P \cdot Q$ . Za koju količinu proizvoda  $Q$  pri kojoj ceni se ostvaruje optimalna proizvodnja? Kolika je maksimalna dobit?
18. Neka su funkcije marginalnih prihoda i marginalnih troškova definisane sa  $MR(P) = 4 - 2P$ ,  $MC(Q) = 4Q - 14$ , pri čemu je  $TC(1) = 12$ .
- Odrediti funkciju prihoda  $TR(P)$  i funkciju troškova  $TC(Q)$ .
  - Odrediti funkciju tražnje  $Q = Q(P)$  i funkciju cene  $P = P(Q)$ .
  - Odrediti funkciju prihoda  $TR(Q)$  u zavisnosti od  $Q$ .
  - Odrediti funkciju dobiti  $\pi = \pi(Q)$ , optimalni obim proizvodnje i maksimalnu dobit.
  - Odrediti interval rentabilne proizvodnje.
19. Funkcija ukupnih prihoda od nekog artikla (u zavisnosti od količine  $x$ ) je data sa  $TR(x) = ax^2 + bx$ .
- Odrediti parametre  $a$  i  $b$  ako  $TR(10) = 425$ ,  $TR'(10) = 55$ .
  - Ako su ukupni troškovi dati sa  $TC(x) = 2.25x^2 + 15x - 50$ , odrediti optimalni obim proizvodnje i maksimalnu dobit
21. Dat su funkcija marginalnih prihoda  $TR'(P) = -8P + 4000$ , funkcija marginalnih troškova  $TC'(Q) = 0.5Q + 2000$  i prosečni troškovi pri obimu proizvodnje od 1000 jedinica proizvoda  $AC(Q = 1000) = 16250$ . Naći optimalni obim proizvodnje.
22. Firma proizvodi dva artikla  $x$  i  $y$  pri čemu je poznata funkcija dobiti u zavisnosti od fizičkog obima njihove proizvodnje  $\pi = 32x - x^2 + 2xy + 16y - 2y^2 - 7$ . Odrediti obim proizvodnje pri kome je dobit maksimalna.
20. Funkcija tražnje ulaznica za finale fudbalskog kupa je data sa  $Q_d(P) = 192 - P^2$ . Odrediti elastičnost tražnje prema ceni. Odrediti cenu za koju je  $E_{Q_d, P} = -1$  Objasniti dobijeni rezultat. Koliko je ulaznica na raspolaganju za tu cenu?
21. Data je funkcija tražnje u implicitnom obliku  $4Q + P - 160 = 0$ . Odrediti obim proizvodnje pri kome se ostvaruje maksimalan ukupan prihod  $TR$ . Odrediti elastičnost prosečnih prihoda  $AR$  prema količini proizvoda za  $Q=30$ .