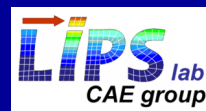




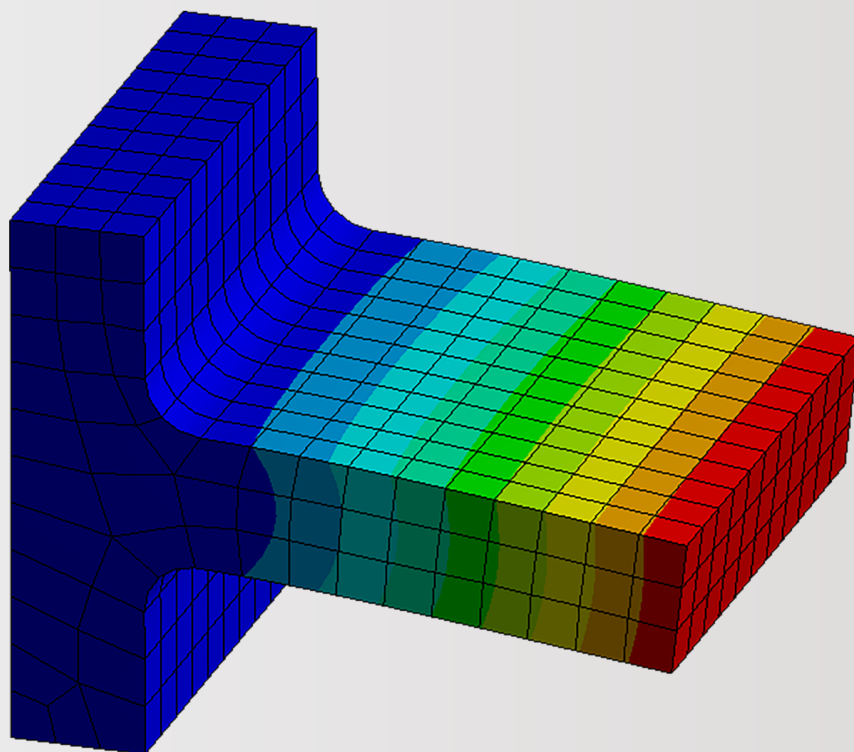
Univerzitet u Nišu
Mašinski fakultet



Nikola Korunović
Miroslav Trajanović

MODELIRANJE ZA ANALIZU METODOM KONAČNIH ELEMENATA

Metodička zbirka zadataka



Niš, 2020



UNIVERZITET U NIŠU
MAŠINSKI FAKULTET



LABORATORIJA ZA INTELIGENTNE
PROIZVODNE SISTEME (LIPS)



Nikola Korunović
Miroslav Trajanović

Modeliranje za analizu metodom konačnih elemenata

Metodička zbirka zadataka

Niš, 2020

Naslov: **Primena metoda konačnih elemenata - metodička zbirka zadataka**

Autori: **Dr Nikola Korunović**, docent Mašinskog fakulteta u Nišu
Dr Miroslav Trajanović, redovni profesor Mašinskog fakulteta u Nišu

Recenzenti: **Dr Miroslav Živković**, redovni profesor Fakulteta inženjerskih nauka u Kragujevcu
Dr Dragan Marinković, redovni profesor Mašinskog fakulteta u Nišu i viši naučni saradnik Tehničkog univerziteta u Berlinu

Tehnički urednik: **Dr Nikola Korunović**, docent Mašinskog fakulteta u Nišu

Izdavač: **Univerzitet u Nišu - Mašinski fakultet**

Za izdavača: **Dr Nenad T. Pavlović**, dekan, redovni profesor

Štampa: Štamparija Grafika Galeb, Matejevački put 13, 18106 Niš (Pantelej), T: 018/571-222

Tiraž: 100 primeraka

Bibliografska oznaka: ISBN 978-86-6055-130-8

Odluka: Na osnovu odluke Nastavno-naučnog veća Mašinskog fakulteta u Nišu od 21.01.2020. br. 612-109-11-1/2020 odobrava se publikovanje navedene zbirke zadataka za upotrebu u akademskoj nastavi i struci.

ANSYS 19.2 je robna marka firme ANSYS, Inc.
SolidWorks je robna marka firme Dassult Systemes

© Zabranjeno je kopiranje i preštampavanje ove knjige u bilo kom obliku

**CIP- Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије**

621.01:519.673(075.8)(076)

КОРУНОВИЋ, Никола, 1970

Modeliranje za analizu metodom konačnih elemenata : metodička zbirka zadataka / Nikola Korunović, Miroslav Trajanović. - Niš : Univerzitet, Mašinski fakultet, 2020 (Niš : Grafika Galeb). - VIII, 155 str. : ilustr. ; 30 cm

Na vrhu nasl. str.: Laboratorija za inteligentne proizvodne sisteme (LIPS). - Tiraž 100. - Bibliografija: str. 155.

ISBN 978-86-6055-130-8

1. Трајановић, Мирослав, 1954- [аутор]

а) Машинске конструкције -- Пројектовање -- Метод коначних елемената -- Задаци

COBISS.SR-ID 283657228

Predgovor

Osnovna ideja koja stoji iza metoda konačnih elemenata (MKE), numeričkog metoda za rešavanje velikih sistema algebarskih jednačina, potiče još iz 40-tih godina XX veka. Međutim, pravi procvat ovaj metod doživljava u 60-tim godinama, usled porasta snage i kapaciteta računara, te povećanog interesa inženjera za upotrebu ovog metoda u praksi. Danas je MKE najpopularniji metod za rešavanje široke lepeze problema u različitim inženjerskim oblastima i u različitim granama nauke. Veliku popularnost duguje pre svega svojoj opštosti, tj. primenljivosti na čvrsta tela, fluide, provođenje toplote, elektromagnetno zračenje itd. Drugim rečima, primenljiv je na probleme polja različitih fizičkih veličina (pomeranje, deformacija, napon, temperatura, toplotni fluks, elektromagnetni fluks...) kao i na probleme spregnutih polja (Kojić, 1998). Osim toga, primenom MKE moguće je rešiti probleme koji se odnose na strukture proizvoljne geometrijske složenosti, dok je rešavanje sličnih problema direktnom upotrebom teorijskih modela uglavnom ograničeno na veoma jednostavne slučajeve. Glavni princip MKE je podela neprekidne sredine na elemente jednostavnog oblika - konačne elemente, koji su povezani samo u svojim krajnjim tačkama ili uglovima - čvorovima. Na primeru strukturne analize, MKE se može posmatrati kao generalizacija postupka matičnog proračuna mehaničkog ponašanja struktura koje se sastoje iz više nosača međusobno spojenih zglobovima.

Danas je MKE utkan u mnoge komercijalne CAD (Computer Aided Design) i CAE (Computer Aided Engineering) pakete. Inženjeri, kao korisnici ovih paketa, ponekad nisu ni svesni da ga primenjuju u cilju, recimo, određivanja napona u strukturi, toplotnih gubitaka mašine ili protoka fluida kroz cev. Dok klasičan pristup analizi primenom MKE zahteva da se najpre kreira model, zatim uradi izračunavanje i na kraju pregledaju rezultati, što je nekada iziskivalo višednevno angažovanje računarskih resursa, danas se ova izračunavanja odigravaju brzo ili čak u realnom vremenu. Tako je, na primer, konstruktor u mogućnosti da dok u CAD paketu interaktivno menja dimenzije i opterećenja mašinskog dela trenutno vidi rezultujuću promenu njegovog naponskog stanja.

Koliko god da je primena MKE u inženjerskim proračunima danas pojednostavljena i očigledna, dugogodišnje iskustvo autora u nastavi, obuci i radu na naučno-stručnim projektima, govori da je ona i dalje veoma podložna greškama. One su prvenstveno posledica nepoznavanja principa izrade MKE modela i tumačenja rezultata proračuna. Stoga je primarna motivacija za pisanje jedne ovakve zbirke želja da se studentima mašinstva, kao i mašinskim inženjerima, pruži priručnik koji će ih na sistematičan način dovesti do nivoa na kome će sa mnogo više razumevanja i efikasnosti moći da koriste savremene softverske pakete za analizu MKE. Zadaci su ograničeni na strukturnu i termičku analizu čvrstih tela, što su i najčešće vršene analize u inženjerskoj praksi. Zbirka je zamišljena tako da može biti od koristi čak i onima koji nisu imali dodira sa teorijom konstruisanja ili mašinstvom uopšte, pošto je primećeno da postoji veoma različit nivo znanja polaznika akademskih i komercijalnih kurseva kao i da je sveprisutan trend učenja „na brzinu“. Zbirka ne pretenduje da bude udžbenik iz mehanike, otpornosti materijala, teorije elastičnosti ili termodinamike, iako su osnovna znanja iz ovih disciplina neophodna za pravilno razumevanje zadataka. Ona takođe nema za cilj ni da bude udžbenik koji se bavi teorijskim osnovama MKE, jer je takvih udžbenika mnogo, i to veoma kvalitetnih. Umesto toga, u dodatku je dat podsetnik na značenje osnovnih pojmova iz pomenutih disciplina, a čitalac se upućuje da potpunija znanja potraži u navedenoj literaturi ili u udžbeniku po želji.

Zadaci tipično počinju postavkom problema, a kad god je to moguće, data su i teorijska rešenja sa kojima se rezultati proračuna mogu uporediti. Postupak rada na svakom od primera detaljno je naveden u formi „korak po korak“ procedure za rad u programskom paketu ANSYS 19.2, ali se izloženi principi mogu primeniti i pri radu u drugim programima. Osim opisa procedure, u tekstu su date teorijske osnove i preporučene tehnike za izradu MKE modela. Posebna pažnja je posvećena izbegavanju grešaka pri modeliranju i obezbeđivanju željene tačnosti numeričkog proračuna. CAD i MKE modeli potrebni za izradu pojedinih zadataka dostupni su studentima Mašinskog fakulteta u Nišu u okviru studentskog portala a mogu se naći i na adresi <ftp://ftp.masfak.ni.ac.rs/MKE>. U slučaju eventualne nedostupnosti modela, čitalac ih može potražiti od autora, šaljući poruku na e-mail adresu nikola.korunovic@masfak.ni.ac.rs. Može se desiti da korisnici zbirke, pri radu na priloženim primerima, dobiju neznatno različite rezultate od onih koji su prikazani u tekstu ili na slikama, što zavisi od korišćenih verzija programa SolidWorks i ANSYS, kao i od konfiguracije korišćenog računara.

U prvom poglavlju najpre su dati jednostavni primeri u kojima je proces pripreme analize MKE (pretprocesiranja) detaljno raščlanjen na faze. Slede zadaci za vežbu, čiji je cilj da se, prolaskom kroz pomenute faze, dođe do skice minimalnog MKE modela za rešavanje zadatog problema koji daje prihvatljive rezultate. Drugo poglavlje se bavi uticajem tipa konačnog elementa i gustine mreže na rezultate analize, kao i obezbeđivanjem tačnosti rezultata metodom konvergencije ka tačnom rešenju. Obrađeni su različiti tipovi 2D konačnih elemenata. Treće poglavlje je posvećeno upotrebi 3D CAD modela kao osnove za izradu MKE modela koji se koriste u strukturnoj analizi. Navedeni su i alternativni pristupi modeliranju 3D objekata pomoću elemenata tipa ljuske i 2D elemenata. Date su brojne preporuke za izbegavanje grešaka u izradi modela. Četvrto poglavlje se odnosi na modeliranje sklopova. Na primeru vreteništa struga opterećenog silama rezanja objašnjena je upotreba kontakata i različitih tipova oslonaca i opterećenja. Detaljno se razmatra prikaz i tumačenje rezultata analize.

Peto poglavlje je posvećeno opcijama za kontrolu kvaliteta mreže, tj. oblika konačnih elemenata i gustine mreže. Šesto poglavlje se bavi termičkim proračunom i strukturnom analizom u prisustvu opterećenja termičke prirode. Kroz primer koji se direktno nadovezuje na primere obrađene u četvrtom i petom poglavlju, objašnjena je upotreba graničnih uslova termičke prirode u procesu izrade MKE modela. Prikazan je i proračun termičkih dilatacija i rezultujućeg naponsko-deformacionog stanja. Sedmo poglavlje objašnjava principe parametrizacije MKE modela i dvosmernog povezivanja parametarskih CAD i MKE modela. Osmo poglavlje sadrži primer domaćeg zadatka, koji od studenata zahteva upotrebu znanja stečenih kroz rad na primerima sadržanim u prethodnim poglavljima. U dodatku su date definicije izabranih pojmova iz mehanike kontinuuma, otpornosti materijala, teorije konstruisanja, metoda konačnih elemenata i termodinamike.

Zahvaljujemo se recenzentima, profesoru Miroslavu Živkoviću i profesoru Draganu Marinkoviću, na podršci i savetima koje su nam dali u toku pripreme rukopisa. Zahvaljujemo se profesoru Draganu Jovanoviću na dozvoli za upotrebu slika iz „Tablica za otpornost materijala“. Zahvaljujemo se i studentima Mašinskog fakulteta u Nišu koji su pomogli u izradi zbirke: Nikoli Božiću, studentu master studija, koji je učestvovao u izradi procedura za rad na nekoliko primera i Jovanu Arandeloviću, studentu doktorskih studija, koji je detaljno pregledao tekst i proverio priložene primere i zadatke. Zahvaljujemo se i profesoru Draganu Domazetu, koji je osamdesetih godina prošlog veka uveo MKE u nastavu na Mašinskom fakultetu u Nišu, i time trasirao put kojim i danas idemo.

U Nišu, februara 2020.

Autori

Sadržaj

1	Principi pripreme analize (pretprocesiranja).....	1
1.1	Faze u pripremi analize	1
1.2	Primeri.....	2
1.2.1	Primer 1.1	2
1.2.2	Primer 1.2	5
1.2.3	Primer 1.3	6
1.3	Zadaci za vežbu	6
1.3.1	Zadatak 1.1	6
1.3.2	Zadatak 1.2	7
1.3.3	Zadatak 1.3	7
1.3.4	Zadatak 1.4	7
1.3.5	Zadatak 1.5	8
1.3.6	Zadatak 1.6	8
2	2D elementi. Uticaj tipa konačnog elementa i gustine mreže na rezultate analize. Konvergencija rešenja.....	9
2.1	Opis problema	9
2.1.1	Geometrija	9
2.1.2	Granični uslovi	9
2.1.3	Osobine materijala.....	10
2.2	Slučaj opterećenja 1: čisto savijanje	10
2.2.1	Rešenja prema teoriji elastičnosti.....	10
2.2.2	Idealizacija, primer diskretizacije i granični uslovi (zavisni od diskretizacije)	10
2.3	Slučaj opterećenja 2: savijanje silom na slobodnom kraju.....	11
2.3.1	Rešenja prema teoriji elastičnosti.....	11
2.3.2	Idealizacija i granični uslovi.....	11
2.4	Trougao sa linearnim interpolacionim funkcijama (eng. <i>Constant Strain Triangle (CST)</i> , ANSYS: <i>2-D 3-Node Structural Solid</i>).....	12
2.4.1	Primer 2.1	12
2.4.2	Zaključci (CST):	21
2.5	Trougao sa kvadratnim interpolacionim funkcijama (eng. <i>Linear Strain Triangle (LST)</i> , ANSYS: <i>2-D 6-Node Structural Solid</i>).....	22

2.5.1	Primer 2.2.....	22
2.6	Četvorougaoni element sa bilinearnim interpolacionim funkcijama (eng. <i>Bilinear Quadrilateral (Q4)</i> , ANSYS: 2-D 4-Node Structural Solid, without enhanced strain formulation)	25
2.6.1	Primer 2.3.....	26
2.7	Poboljšani četvorougaoni element sa bilinearnim interpolacionim funkcijama (eng. <i>Improved Bilinear Quadrilateral (Q6)</i> , ANSYS: 2-D 4-Node Structural Solid, with enhanced strain formulation)	28
2.7.1	Primer 2.4.....	28
2.8	Četvorougaoni element sa kvadratnim interpolacionim funkcijama (eng. <i>Quadratic Quadrilateral (Q8)</i> , ANSYS: 2-D 8-Node Structural Solid)	30
2.8.1	Primer 2.5.....	30
3	Strukturna statička analiza primenom MKE i 3D CAD modeli.....	31
3.1	Ograničenja vezana za konačne elemente.....	31
3.2	Specifičnosti vezane za upotrebu 3D CAD modela u analizi MKE	32
3.3	Primer 3.1	32
3.4	Generalne preporuke za izradu CAD modela za MKE	37
3.5	Primer 3.2	37
3.6	Primer 3.3: Strukturna analiza držača.....	39
3.6.1	Opis problema	39
3.6.2	Orijentaciono teorijsko rešenje	39
3.6.3	Postupak rada u programu ANSYS Workbench 19.2	39
3.6.4	Automatska konvergencija rešenja.....	44
4	Strukturna analiza sklopova primenom MKE.....	49
4.1	Primer 4.1: Strukturna analiza pojednostavljenog modela vreteništa struga	49
4.1.1	Parametri mašinske obrade	49
4.1.2	Oslonci i opterećenja.....	50
4.1.3	Kontakt	51
4.1.4	Sistem za analizu, geometrijski model i sistem jedinica	52
4.1.5	Modeliranje materijala.....	52
4.1.6	Kontakti	53
4.1.7	Koordinatni sistemi, udaljena tačka, imenovani skupovi geometrijskih entiteta.....	54
4.1.8	Oslonci i opterećenja.....	55
4.1.9	Mreža	56
4.1.10	Definisanje rezultata	56
4.1.11	Izvršavanje analize	58
4.1.12	Pregled i tumačenje rezultata	58
5	Opcije za kreiranje mreže konačnih elemenata.....	63
5.1	Primer 5.1: Kreiranje kontrolisane mreže na sklopu vreteništa.....	63
5.1.1	Ciljevi.....	63
5.1.2	Priprema.....	63

5.1.3	Kreiranje mreže posteljice na strani stezne glave, posteljice na strani remenice i distantne čaure	64
5.1.4	Kreiranje mreže remenice	65
5.1.5	Kreiranje mreže glavnog vretena	67
5.1.6	Kreiranje mreže kućista	68
6	Termički proračun primenom MKE	77
6.1	Ciljevi termičkog proračuna	77
6.2	Vrste termičkog proračuna	77
6.3	Granični uslovi, opterećenja i početni uslovi	77
6.3.1	Početni uslovi	77
6.3.2	Granični uslovi i opterećenja	78
6.4	Primer 6.1: Termička analiza vreteništa struga u stacionarnom stanju	78
6.4.1	Postavka zadatka	78
6.4.2	Termička analiza	79
6.4.3	Strukturna analiza	88
7	Parametrizacija MKE modela i povezivanje sa CAD modelima	97
7.1	Primer 7.1	97
7.2	Dodatak primeru 7.1: alternativni postupak - upotreba globalnih parametara	102
8	Domaći zadatak	105
8.1	Tekst domaćeg zadatka (primer 0)	105
8.1.1	Izrada MKE modela za strukturnu analizu	106
8.1.2	Strukturna analiza	106
8.1.3	Termička analiza. Strukturna analiza pri kombinovanom dejstvu termičkog i mehaničkog opterećenja.	107
8.1.4	Parametrizacija MKE modela. Analiza uz upotrebu konstrukcionih tabela.	107
8.2	Postupak (šablon) za izradu domaćeg zadatka (primer 0)	107
8.2.1	Izrada MKE modela za strukturnu analizu	107
8.2.2	Strukturna analiza	111
8.2.3	Termička analiza i strukturna analiza uz prisustvo termičkih dilatacija	115
8.2.4	Parametrizacija MKE modela. Analiza uz upotrebu konstrukcionih tabela.	120
9	Dodatak	127
9.1	Mehanika	127
9.1.1	Osnovni pojmovi mehanike	127
9.1.2	Mehanika krutih i deformabilnih tela	130
9.1.3	Osnovi mehanike kontinuuma	131
9.1.4	Specijalni slučajevi 3D naponsko-deformacionog stanja	140
9.1.5	Kritični napon, dozvoljeni napon, granica tečenja, zatezna čvrstoća	143
9.1.6	Glavni naponi	144
9.1.7	Hipoteze o razaranju materijala	144
9.1.8	Strukturna analiza	145

9.2	Metod konačnih elemenata.....	147
9.2.1	Osnovni tipovi konačnih elemenata	147
9.2.2	Interpolacione funkcije	150
9.2.3	Izoparametarski elementi	151
9.3	Prostiranje toplote	151
9.3.1	Načini prostiranja toplote	151
9.3.2	Toplotna provodljivost i prostiranje toplote kondukcijom	151
9.3.3	Furieov zakon o kondukciji	152
9.3.4	Osnovne (diferencijalne) jednačine provođenja toplote	153
9.3.5	Njutnova hipoteza o prostiranju toplote konvekcijom	153
9.3.6	Prostiranje toplote radijacijom - primer.....	154
9.4	Matrična jednačina provođenja toplote u stacionarnom stanju i MKE.....	154
Literatura		155