

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ИЗ
МАТЕМАТИКЕ

КАНДИДАТ

ЗАВРШЕНА СРЕДЊА ШКОЛА

(име, средње слово, презиме)

Назив: _____

Број личне исправе: _____

Место: _____

Редни број у списку: _____

3. јул 2026.

1	2	3	4	5	ЗБИР

ИСПИТНА КОМИСИЈА

1. Решити неједначину:

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x + 2} > 0.$$

Решење:

2. Решити једначину:

$$\log_2 x + \log_2(x - 4) - \log_2(x - 3) = 2.$$

Решење:

3. Наћи сва решења једначине:

$$\sin^2 2x = 8 \sin^2 x.$$

Решење:

4. Израчунати површину и запремину правилне четворостране призме чија је главна дијагонала 8 cm, а висина једнака дијагонали основе.

Решење:

5. Дата је права $p : y = 2x + 1$ и кружница k чији је пречник дуж са крајевима $A(-2, 0)$ и $B(2, 0)$. Наћи једначине свих правих t које додирују кружницу k и ортогоналне су на праву p .

(Услов додира праве и кружнице је $r^2(1 + k^2) = (n + kp - q)^2$.)

Решење:

КАНДИДАТ

ЗАВРШЕНА СРЕДЊА ШКОЛА

(име, средње слово, презиме)

Назив: _____

Број личне исправе: _____

Место: _____

Редни број у списку: _____

3. јул 2026.

1	2	3	4	5	ЗБИР
---	---	---	---	---	------

ИСПИТНА КОМИСИЈА

1. Решити неједначину:

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x + 2} > 0.$$

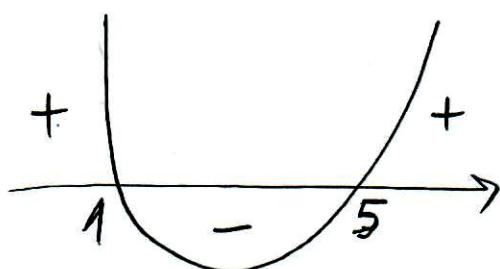
Решење:

Области дефинисаности $x \neq -2$.

$$x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 1 \quad x = 5$$

	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$x^2 - 6x + 5$	+	+	-	+	
$x + 2$	-	+	+	+	
I	-	+	-	+	

\uparrow \uparrow



Решење неједначине је:

$$x \in (-2, 1) \cup (5, +\infty).$$

2. Решити једначину:

$$\log_2 x + \log_2(x-4) - \log_2(x-3) = 2.$$

Решење: Области дефинисаности: $x > 0$, $x-4 > 0$ и $x-3 > 0$.

Следи $\boxed{x > 4}$

$$\log_2 x + \log_2(x-4) - \log_2(x-3) = \log_2 \frac{x(x-4)}{x-3}$$

$$\log_2 \frac{x(x-4)}{x-3} = 2 \quad (\Leftrightarrow) \quad \frac{x(x-4)}{x-3} = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) = 4(x-3)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$$

$\boxed{x_1 = 6}$ $x_2 = 2$ Не задовољава услов $x > 4$.
Решење ј-не је $x = 6$.

3. Наћи сва решења једначине:

$$\sin^2 2x = 8 \sin^2 x.$$

Решење:

Користимо ф-лу $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. Следи

$$4 \sin^2 x \cos^2 x = 8 \sin^2 x$$

$$4 \sin^2 x (\cos^2 x - 2) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \quad \text{или} \quad \cos^2 x = 2$$

$$\sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

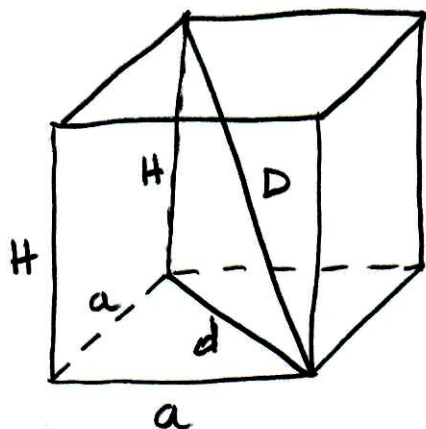
$\cos^2 x = 2$ немогуће јер је $-1 \leq \cos x \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Решење ј-не је:

$\boxed{x = n\pi, \quad \text{где је } n \text{ произвољан цео број.}}$

4. Израчунати површину и запремину правилне четворостране призме чија је главна дијагонала 8 cm, а висина једнака дијагонали основе.

Решење:



Основа призме је квадрат јер је правилна четворострана.

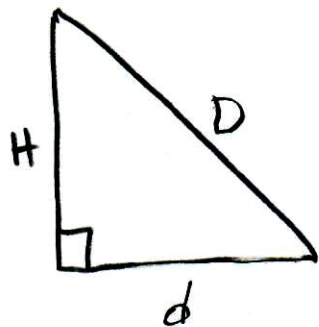
Ознамимо са a страну тог квадрата, са H висину призме, са D главну дијагоналу призме и са d дијагоналу основе.

$$D = 8, \quad H = d$$

Из Питагорине теореме примењене на троугао са странама H , d и D добијано

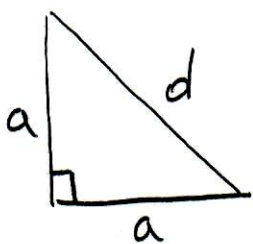
$$d^2 + H^2 = D^2 \Rightarrow 2d^2 = 64$$

$$\Rightarrow \boxed{H = d = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}}$$



Из правоуглог троугла на основи налазимо:

$$a^2 + a^2 = d^2 \Rightarrow 2a^2 = 32 \Rightarrow \boxed{a = 4}$$



Сада лако налазимо да је

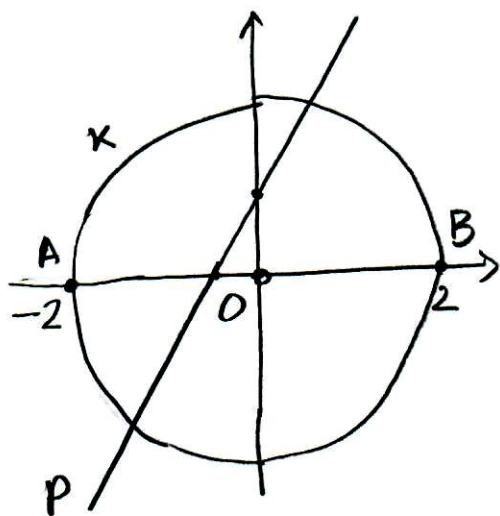
$$P = 2B + M = 2a^2 + 4aH = 32 + 64\sqrt{2}$$

$$V = B \cdot H = 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}$$

5. Дата је права $p: y = 2x + 1$ и кружница k чији је пречник дуж са крајевима $A(-2, 0)$ и $B(2, 0)$. Наћи једначине свих правих t које додирују кружницу k и ортогоналне су на праву p .

(Услов додира праве и кружнице је $r^2(1 + k^2) = (n + kp - q)^2$.)

Решење:



Центар кружнице k је средина дужи AB , а то је координатни почетак:

$$\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{0+0}{2} \right) = (0, 0).$$

Следи да је полупречник $r = 2$.

$$k: x^2 + y^2 = 4$$

$$p: y = 2x + 1, \quad t: y = kx + n$$

$$t \perp p \Leftrightarrow 2 \cdot k = -1 \Leftrightarrow \boxed{k = -\frac{1}{2}}$$

Услов додира кружнице k и праве t је

$$r^2(1 + k^2) = n^2 \quad (p = q = 0 \text{ јер је центар у тачки } (0, 0).)$$

$$4 \left(1 + \frac{1}{4} \right) = n^2 \Leftrightarrow n^2 = 5 \Leftrightarrow \boxed{n = \pm \sqrt{5}}$$

Итражене праве су

$$t_1: y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{5} \quad \text{и} \quad t_2: y = -\frac{1}{2}x - \sqrt{5}.$$